

Aus dem Institut für chemische Technologie synthetischer Fasern an der Technischen Hochschule zu Breslau

## Zur Kenntnis der Cellulosefasern

### 3. Mitteilung: Untersuchung des Dehnungsvorganges mittels der Spannungs-Dehnungskurven

Von **W. Mansch** und **K. Lauer**

Mit 4 Abbildungen

(Eingegangen am 10. Mai 1943)

Die elastischen Eigenschaften der Cellulosefasern müssen in hohem Maße das Interesse des Faserchemikers erwecken. Sind sie doch fraglos wesentlich für die Eigenschaften der Fasern, die im Begriffe „Gebrauchswert“ zusammengefaßt werden. Hierzu kommt noch, daß die elastischen Eigenschaften der gewachsenen Fasern sich in vieler Hinsicht grundsätzlich unterscheiden von denen künstlicher Cellulosefasern.

Die Spannungs-Dehnungskurven von Cellulosefasern u. a. zeigen nun ein derart kompliziertes Verhalten, daß eine exakte theoretische Auswertung nicht möglich ist. R. Houwink<sup>1)</sup> schreibt daher auch: „Es ist nicht schwer, vergleichende praktische Plastizitäts- und Viscositätsmessungen zu machen, aber das Problem, diese Messungen so durchzuführen, daß die Resultate in den physikalischen Konstanten  $\eta$ ,  $f$  und  $n$  ausgedrückt werden können, ist sehr schwierig. Dies ist der Grund, warum so viele „konventionelle“ Methoden in der Literatur zu finden sind, wissenschaftliche Methoden dagegen erst innerhalb der letzten Jahrzehnte entwickelt wurden. In alten Industrien, wie die Öl- und Asphaltindustrie, findet man viele Beispiele dieser konventionellen Methoden. Es war daher ein Bedürfnis an Vergleichsmethoden für die vielen praktischen Werte, und zu diesem Zweck wurden graphische Darstellungen gemacht<sup>2)</sup>. Solche Vergleiche sind nur in gewissen Fällen möglich, da viele Resultate der konventionellen Methoden von mehr als einer physikalischen Konstante abhängen, so daß ihre Bedeutung diskutabel ist. Bei ihrem Versuch, rationellere Vergleichswege zu finden, kombinieren viele Autoren, wie man manchmal beobachten kann, verschiedene, auf konventionellem Wege erhaltene Werte zu einer Formel und hoffen, auf diese Weise eine Beziehung zu finden, die das Verhalten des Stoffes bei Verformung beschreibt. Als Beispiel eines solchen Versuches bei Kautschuk gibt Karrer<sup>3)</sup> eine Definition der Plastizität auf Grund von kombinierten Messungen

<sup>1)</sup> Elastizität, Plastizität und Struktur der Materie, Dresden u. Leipzig 1938, S. 17.

<sup>2)</sup> Vgl. G. Barr, A Monograph of Viscometry, London 1931, oder L. Ubbelohde, Zur Viscosimetrie, Leipzig 1936; A. S. T. M. Viscosity-temperature, D 341-32 T.

<sup>3)</sup> E. Karrer, Ind. Eng. Chem. 21, 770 (1929); Anal. Ed. 2, 96 (1930); Houwink, Elastizität.

über die Kompression und Rückfederung der Probe. Nach unserer Meinung sind solche Methoden verwerflich, da sie verschiedene physikalische Konstanten verwirren, statt zwischen ihnen zu unterscheiden, was unwissenschaftlich und ungenau ist“.

Die vorliegende Arbeit soll dazu dienen, die in der Fasertechnologie übliche Auswertung der Spannungs-Dehnungskurven auf graphischem Wege zu untersuchen und auf ihre theoretischen Grundlagen zurückzuführen.

Eine nicht unwesentliche Einschränkung ergibt sich daraus, daß die vorhandenen apparativen Hilfsmittel zur Messung des elastischen Verhaltens in der Industrie nun einmal vorhanden sind, daß durch „Konvention“ die Meßwerte allgemein als Standardwerte angesehen werden und eine Änderung dieses Zustandes nicht ohne weiteres möglich ist. Hierzu kommt, daß die meisten Angaben des Schrifttums auf Messungen der beschriebenen Art beruhen und daher versucht werden muß, diese Messungen möglichst zu verwerten. Trotzdem kann im Rahmen dieser Untersuchung nur andeutungsweise darauf eingegangen werden, wieweit eine Elastizitätsbilanz aus den üblichen Messungen mit den üblichen Apparaten möglich ist.

Der stufenweise Dehnungsvorgang, der elastische Verformungen erkennen läßt, besteht in aufeinanderfolgenden Belastungen steigender Größe mit jeweils nachfolgender Entlastung. Es erfolgt hierbei eine wechselnde Aufnahme und Abgabe von Energie. Bei ideal elastischen Stoffen sind diese beiden Energiemengen gleich groß, eine Beziehung zwischen Kraft und Dehnung verhältnismäßig einfach aufzustellen.

Bei den uns interessierenden Cellulosefasern ist nun nicht einmal Proportionalität zwischen Kraft und Dehnung vorhanden. In jedem Falle setzt sich die Dehnung zusammen aus einem elastischen und einem plastischen Anteil.

Die Ermittlung der elastischen Dehnung bzw. der entsprechenden Arbeitsgrößen, die ein Maß für die Energieabgabe bei der Entspannung sind, ist möglich auf Grund einer Energiebilanz der stufenweisen Dehnungsvorgänge, bei denen nach jeder Dehnungsstufe ein Restbetrag der aufgewendeten Energie in der Faser als potentielle Energie gebunden bleiben kann. Wieweit die konventionelle graphische Darstellung dieser Vorgänge zur Ermittlung der elastischen Arbeit und damit indirekt der plastischen Verformung herangezogen werden kann, soll an Hand einer Prüfung der physikalischen Begriffe und Definitionen untersucht werden. Es handelt sich dabei lediglich darum, zu beurteilen, wieweit die graphische Darstellung mit den Begriffen übereinstimmt, die sie zu veranschaulichen hat und wie weit sie geeignet ist, Rechenoperationen zu ermöglichen, die ebenfalls mit diesen Begriffen sich zu decken haben.

Es ist ein Hauptmangel der angewendeten Methoden, daß die elastischen und plastischen Teilkräfte bei der rückfedernden Bewegung des gedehnten Körpers nicht getrennt in Erscheinung treten. Gerade die Kenntnis der Größe dieser Teilkräfte aber kann allein zu einer exakten Behandlung der Theorie der spezifischen elastischen Dehnung führen.

## 1. Grundlagen der Dehnungsvorgänge

Unter Dehnung versteht man einen Vorgang, bei dem ein Probekörper bestimmter Länge durch eine Kraft  $P$  belastet wird, wobei der

Körper eine Verlängerung erfährt, die als Gesamtdehnung  $s$  bezeichnet wird. Nach Aufhebung der Belastung geht die Verlängerung vollständig zurück oder es bleibt eine gewisse Verlängerung bestehen, die als bleibende Dehnung  $r$  bezeichnet wird. Die Differenz der Gesamtdehnung und der bleibenden Dehnung ist die elastische Dehnung  $e$ .

$$s - r = e.$$

Die Dehnungswerte  $s$ ,  $r$  und  $e$  sind keine Absolutwerte für einen Stoff oder Körper, sondern sind in hohem Maße abhängig z. B. von der Dehnungsgeschwindigkeit, der Erholungszeit, die der Faser nach erfolgter Entlastung gegeben wird, der Vorbelastung der Faser u. a. m. Auf Einflüsse dieser Faktoren soll hier nicht eingegangen werden, da sie das Grundsätzliche der Überlegungen nicht berühren.

Ein einzelner Dehnungsvorgang läßt sich mehrmals wiederholen, so daß die Belastung nach jedem Entspannungsvorgang erhöht wird. Diese Steigerung kann bis zum Zerreißen des Probekörpers fortgesetzt werden und verursacht Änderungen von  $s$ ,  $r$  und  $e$ . Durch selbsttätige Registrierung oder graphische Auswertung der visuell beobachteten Vorgänge erhält man die Spannungs-Dehnungskurven.

Zur Berechnung einer Arbeit dient das Kraft-Weg-Diagramm. Die Fläche, die von der Kurve und den Koordinatenachsen gebildet wird bzw. die Fläche zwischen Kurve, Abszisse und dem Funktionswert des letzten Argumentes, ist das Maß für den Arbeitsbetrag, der durch Integrieren oder Ausplanimetrieren bestimmt wird.

Für die Ermittlung der elastischen Arbeit muß diese Definition Geltung haben, auch wenn für diesen Zweck drei Arbeitswerte zu bilden sind: 1. die für die Dehnung aufgewendete Arbeit, 2. die Arbeit für die elastische Rückfederung, die bei der Entspannung wieder frei wird und 3. die remanente Arbeit, die in der Faser gebunden bleibt und der plastischen Verformung im weitesten Sinne entspricht. Die graphische Darstellung muß die experimentell gefundenen Daten so wiederzugeben gestatten, daß die aus ihr ermittelten Größen sich den entsprechenden aus der physikalischen Definition eindeutig zuordnen lassen.

## 2. Konventionelle Auswertungsmethode

Nach dieser werden Kräfte und Längen ( $s$ ,  $e$  und  $r$ ) in Prozenten in ein Koordinatensystem eingetragen. Abb. 2 zeigt darüber hinaus, daß  $e$  und  $r$  sinngemäß eingezeichnet werden. Zur Bestimmung der elastischen Arbeit aus den beiden Kurven  $OC$  und  $OB$  stehen zwei Wege offen; einmal können die bleibenden Längungen  $r$ , im anderen Falle die elastischen Längungen  $e$  von der Ordinate aus aufgetragen werden. Im ersten Falle ist die remanente Arbeit gegeben durch  $OCD$ , die elastische Arbeit durch die Differenz  $OAB - OCD$ . Im zweiten Falle ist die elastische Arbeit direkt gegeben durch  $OEF$ .

Die vereinfachte Darstellung in Abb. 1 läßt den geometrischen Beweis zu, daß beide Wege gleichwertig sind:

$$\begin{aligned}
 OA &= OF + OD, & OD &= GC, & CB &= GE = OF, \\
 OFE &= \frac{OF \cdot AB}{2}, & OAB &= \frac{AB}{2} \cdot (OF + OD) = \frac{AB}{2} \cdot OA, \\
 OCD &= \frac{OD \cdot AB}{2}.
 \end{aligned}$$

Die spezifische elastische Arbeit ergibt sich definitionsgemäß durch die Beziehung:

$$\frac{f}{F} \cdot 100,$$

in der  $f$  die Fläche der elastischen Arbeit,  $F$  die Fläche der Gesamtarbeit ist. Formal würde der Forderung damit entsprochen, da geo-

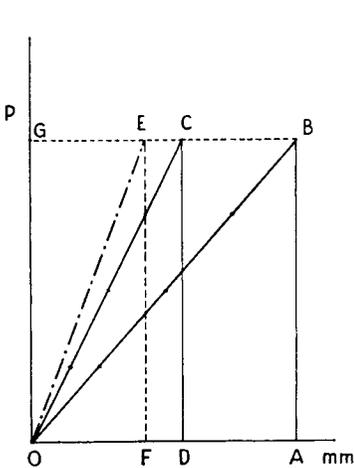


Abb. 1

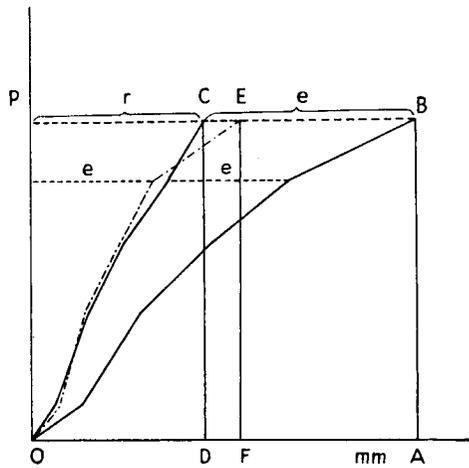


Abb. 2

metrisch  $OAB$  als Summe von  $OEF$  und  $OCD$  erscheint. Trotzdem ist einzuwenden, daß zur Konstruktion der Teilflächen für die remanente und elastische Arbeit die Gesamtkraft des Dehnungsvorganges verwendet wurde.

Die Teilarbeiten müssen korrekt gebildet werden aus den Strecken  $e$  und  $r$  und den zugehörigen Teilkräften  $E$  und  $R$ . Die Gesamtkraft  $P$  wird im Rückfederungsvorgang in die Teilkräfte  $E$  und  $R$  zerfallen, die zusammen im Idealfall den Wert  $P$  erreichen.

Ebenso gilt für die Längen, daß im Idealfall der Entspannung  $s = e + r$  die Gesamtarbeit gegeben ist durch:

$$(1) \quad Ps = Ee + Rr.$$

Im praktischen Falle jedoch liegt eine Ungleichung vor, da weitere Summanden fehlen. In diesen müßten Arbeitsverluste zum Ausdruck kommen, die hervorgerufen werden durch chemische und physikalische Veränderungen des Prüfkörpers, z. B. Umwandlungen der Dehnungsenergie in Wärme [Kautschuk], übermolekulare Umwandlungen, Rekrystallisationen usw. Diese aber sind einer quantitativen Erfassung nicht zugänglich. Es stellt das Produkt  $Rr$  daher nicht die wahre in der Faser verbleibende Energie dar, sondern nur einen fiktiven Restbetrag.

Hier ergibt sich aber, daß die üblichen Dehnungsmessungen unter methodisch bedingtem Verzicht auf die Erfassung aller Teilvorgänge die vereinfachende Annahme nötig machen, daß jeder Längenänderung eine Kraftänderung und umgekehrt entspricht. Damit wird ein Versuch zur theoretischen Behandlung der Probleme zweifelhaft, noch mehr die Entwicklung von Vorstellungen vom übermolekularen Aufbau der Fasern.

### 3. Möglichkeiten der graphischen Auswertung

Mit dem vorstehend gemachten einschränkenden Postulat, daß  $P = R + E$ , lassen sich noch die folgenden Überlegungen anstellen. Wie immer der Dehnungsvorgang beschaffen sei, die einzelnen stufenweise einwirkenden Kräfte zusammengesetzt seien, jede dieser Kräfte wird potentialiter diese Teilung in sich tragen, d. h. jede dieser Kräfte  $P$  soll hinsichtlich der Rückfederung zerlegbar sein in:

$$E > 0 \text{ und } R > 0.$$

Die gleichen Überlegungen gelten auch für die Strecken  $s$ , die bei der Rückfederung  $r$  und  $e$  ergeben. Es gilt dann

$$(2) \quad Ps = (E + R)(e + r) = Ee + Rr + Er + Re.$$

Da nur die beiden ersten Glieder physikalische Bedeutung haben, kann gesetzt werden:

$$(3) \quad \begin{cases} Er + Re = 0 \\ Er = -Re, \end{cases}$$

$$(4) \quad R = -\frac{r}{e} \cdot E.$$

Das negative Vorzeichen von  $E$  ist sinngemäß, da diese Kräfte als Vektoren entgegengesetzte Vorzeichen haben. Aus (4) und (2) ergibt sich:

$$(5) \quad \begin{cases} Ps = \left(E - \frac{E}{e} \cdot r\right)(e + r), \\ \quad = E \left(e - \frac{r^2}{e}\right) = E \frac{e^2 - r^2}{e} = E(e + r)(e - r), \\ P = E \cdot \frac{e - r}{e}, \\ E = P \cdot \frac{e}{e - r}. \end{cases}$$

Setzt man  $e = -e$ , da die elastische Längung von der Gesamtlängung  $s$  im gegengesetzten Sinn aufzutragen ist, folgt:

$$(6) \quad \begin{cases} E = P \cdot \frac{-e}{-e-r} = P \cdot \frac{e}{e-r}, \\ E = P \cdot \frac{e}{s}. \end{cases}$$

Die elastische Kraft  $E$  läßt sich nach Formel (6) aus bekannten Größen berechnen. Für die remanente Kraft  $R$  ergibt sich entsprechend:

$$(7) \quad R = P \cdot \frac{r}{s}.$$

Aus (6) und (7) ergibt sich entsprechend der Erwartung:

$$E : P = e : s$$

$$R : P = r : s$$

mit der Ermittlung dieser Teilkräfte sind alle Teilkomponenten des vereinfachten Dehnungsvorganges gegeben.

Für die graphische Darstellung wählt man vorteilhaft eine bereits beschriebene Form, wie sie Abb. 3 wiedergibt. Das Wesentliche dieser Darstellung ist die Trennung von Kraft und Längung auf einer Vertikalen. Die Gesamtdehnung  $s$  wird auf  $OA$  aufgetragen und vertikal als  $aa'$ ,  $bb'$ ,  $cc'$  ...  $gg'$ . Die elastischen Längungen sind die Strecken  $aa'$ ,  $bb'$  usw., die bleibenden Längen die Strecken  $bb''$ ,  $c'c''$  usw.

Von diesen Vertikalen sind die zugehörigen Kräfte ablesbar, die Endpunkte bilden die Kurve  $BO$ . Zeichnet man noch die berechneten Teilkräfte ein, erhält man  $MN$ . Die Vertikalen unterhalb dieser Kurve, sind ein Maß für  $R$ , z. B.  $AN$ , oberhalb dieser Kurve für  $E$ , z. B.  $NB$ .

Bemerkenswert ist die Möglichkeit, die Grenze zwischen elastischen und plastischen Verformungen anschaulich zu machen ( $\alpha'g'$ ) bzw. den Verlauf der plastischen Verformbarkeit festzulegen.

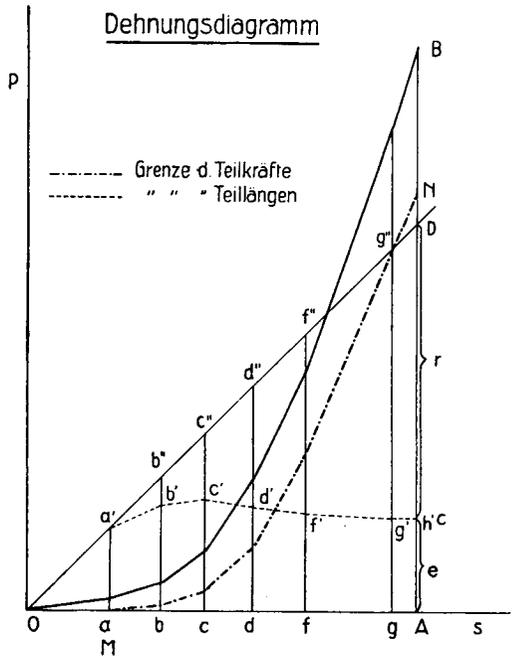


Abb. 3

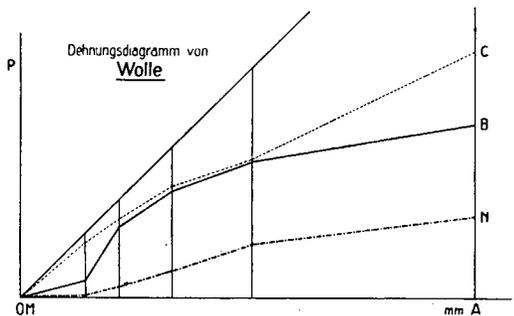


Abb. 4.

An einer Gegenüberstellung dieser Verhältnisse bei Wolle und Viscosezellwolle sollen die Möglichkeiten dieser Darstellung gezeigt werden. (Abb. 3 und 4). Man erkennt charakteristische Unterschiede, die nach den üblichen graphischen Darstellungen nicht in Erscheinung treten. Darin liegt auch der Vorteil unserer Überlegungen, nicht in der zahlenmäßigen Auswertung, die aus den dargelegten Gründen versagen muß. Immerhin haben sie dazu geführt, an verschiedenen Fasertypen Dehnungsmessungen auszuführen, über die nach Abschluß berichtet werden soll.

#### 4. Vergleich der konventionellen graphischen mit der neuen graphischen Auswertung

Die spezifische elastische Arbeit soll definitionsgemäß analog  $Ps$  als Produkt  $Ee$  erscheinen. Soll daher die bei der Rückfederung frei gewordene Arbeit in ihrem wahren Betrag ermittelt werden, ist  $Ee$  zu bestimmen. Die naheliegende Erwartung, daß dies mit Hilfe der graphischen Darstellung gelingt, erweist sich als unmöglich, da diese den in einer Richtung gehenden Verlauf wiedergeben kann, nicht aber den zugehörigen rückläufigen Vorgang.

Diese Beschränkung ist geometrisch und rechnerisch nachweisbar. Teilt man die Strecken  $P$  bzw.  $s$  in zwei Teile, so ist das rechtwinklige Dreieck aus  $P$  und  $s$  nicht gleich der Summe der rechtwinkligen Dreiecke aus  $E$  und  $e$  bzw.  $R$  und  $r$ .

Ebenso folgt aus Gleichung

$$Ps = (E + R)(e + r) = Ee + Rr + Er + Re,$$

daß die Fläche nicht in zwei Dreiecke sondern nur in vier Dreiecke zerlegbar ist.

Um diese Schwierigkeiten der ebenen Geometrie zu umgehen gibt es nur die beiden dargelegten Wege der Konventionsmethode (9) und der neuen Methode (10). Beide Wege aber führen nicht zu einem befriedigenden oder gar endgültigen Ergebnis. Beide Methoden aber sind gleichwertig, denn

$$(9) \quad Ps = (E + R)(e + r) = Ee + Re + Rr + Er = eP + rP$$

$$(10) \quad Ps = (E + R)(e + r) = Ee + Re + Rr + Er = Es + Rs.$$

Gleichung (9) enthält die Teillängen, aber zugeteilt den ganzen Kräften während Gleichung (10) die Teilkräfte jedoch bezogen auf die ganzen Längen enthält. Setzt man für  $E = \frac{e}{s} \cdot P$ , für  $R = \frac{r}{s} \cdot P$  dann geht Gleichung (10) in (9) über, d. h. die beiden Methoden sind gleichwertig.

Aufgabe unserer Untersuchung war, die übliche Methode zur Auswertung der Spannungsdehnungskurve auf ihre Grundlagen zu überprüfen. Hierbei konnte gezeigt werden, daß man wohl durch Auswahl der Möglichkeiten Varianten finden kann, daß aber die graphische Auswertung der Diagramme keine grundsätzlichen Lösungen erwarten läßt.